ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

- Σε καθεμιά από τις παρακάτω περιπτώσεις να κυκλώσετε το γράμμα Α, αν ο ισχυρισμός είναι αληθής και το γράμμα Ψ, αν ο ισχυρισμός είναι ψευδής, αιτιολογώντας συγχρόνως την απάντησή σας.

1. Η παρακάτω ισότητα είναι η ταυτότητα της ευκλείδειας διαίρεσης του α με το β:

(i) $38=(-11)(-3)+5$, αν $\alpha=38$ και $\beta=-11$ Α Ψ

(ii) $38=(-3)(-11)+5$, αν $\alpha=38$ και $\beta=-3$ Α Ψ

(iii) $-47=7(-7)+2$, αν $\alpha=-47$ και $\beta=7$. Α Ψ

2. (i) Το άθροισμα δύο άρτιων είναι άρτιος Α Ψ

(ii) Το άθροισμα δύο περιττών είναι περιττός Α Ψ

(iii) Το άθροισμα 10 περιττών είναι περιττός Α Ψ

(iv) Η εξίσωση $x(x+1)=1999$ έχει ακέραια λύση Α Ψ

(v) Υπάρχει ακέραιος α που να μπορεί να πάρει συγχρόνως τις μορφές $\alpha=3k+1$ και $\alpha=3\lambda+2$, όπου $\kappa,\lambda\in\mathbf{Z}$. Α Ψ

3. (i) Αν $\alpha|\beta\gamma$, τότε $\alpha|\beta$ ή $\alpha|\gamma$ Α Ψ

(ii) Αν $\beta\gamma|\alpha$, τότε $\beta|\alpha$ και $\gamma|\alpha$ Α Ψ

(iii) Αν $\alpha|(\beta+\gamma)$ και $\alpha|\beta$, τότε $\alpha|\gamma$ Α Ψ

(iv) Αν $\alpha|\beta^2$, τότε $\alpha|\beta$. Α Ψ

4. (i) Αν $3|\alpha$ και $4|\alpha$, τότε $12|\alpha$ Α Ψ

(ii) Αν $4|\alpha$ και $6|\alpha$, τότε $24|\alpha$. Α Ψ

5. (i) Αν $(\alpha,\beta)=(\alpha,\gamma)$, τότε $[\alpha,\beta]=[\alpha,\gamma]$ Α Ψ

(ii) Αν $(\alpha,\beta)=(\alpha,\gamma)$, τότε $(\alpha,\beta,\gamma)=(\alpha,\beta)$. Α Ψ

6. Υπάρχουν $\alpha,\beta\in\mathbf{N}^*$, ώστε

(i) $\alpha+\beta=100$ και $(\alpha,\beta)=3$ Α Ψ

(ii) $\alpha+\beta=100$ και $(\alpha,\beta)=10$. Α Ψ

7. (i) Ο αριθμός 101 μπορεί να γραφεί ως άθροισμα δύο θετικών πρώτων Α Ψ

(ii) Αν $3|(\alpha^2+6\beta^2)$, τότε $3|\alpha$. Α Ψ

8. (i) Η εξίσωση $2x+4y=3$ έχει ακέραιες λύσεις Α Ψ

(ii) Η εξίσωση $x+2y=6$ έχει άπειρες θετικές ακέραιες λύσεις. Α Ψ

9. (i) Αν $2\alpha \equiv 2\beta (\bmod 4)$, τότε $\alpha \equiv \beta (\bmod 4)$ Α Ψ

(ii) Αν $2\alpha \equiv 2\beta (\bmod 3)$, τότε $\alpha \equiv \beta (\bmod 3)$ Α Ψ

(iii) Αν $\alpha^2 \equiv 1 (\bmod 3)$, τότε $\alpha \equiv 1 (\bmod 3)$ ή $\alpha \equiv -1 (\bmod 3)$. Α Ψ

- Να κυκλώσετε τη σωστή απάντηση σε καθεμιά από τις παρακάτω περιπτώσεις:

1. Αν $\alpha = 4 \cdot 6 + x$ είναι η ταυτότητα της διαίρεσης του α με τον 4 και $\beta = (x+1)6+3$ είναι η ταυτότητα της διαίρεσης του β με τον $(x+1)$, τότε

$A: x=0$, $B: x=1$, $\Gamma: x=2$, $\Delta: x=3$.

2. Αν $\alpha = 3\kappa + \upsilon$ είναι η ταυτότητα της διαίρεσης του α με τον 3 και ο α είναι άρτιος, τότε

A: κ περιττός και υ άρτιος B: κ άρτιος και υ περιττός

Γ: κ, υ άρτιοι ή κ, υ περιττοί

3. Αν $\delta = (4\nu+3, 4\nu-1)$, τότε

$A: \delta = 4$, $B: \delta = 2$, $\Gamma: \delta = 1$, Δ: Ο δ εξαρτάται από το ν.

4. Αν ο αριθμός $\boxed{x}$ 2722 $\boxed{x}$ διαιρείται με τον 12, τότε

$A: x=1$, $B: x=4$, $\Gamma: x=7$, $\Delta: x=2$.

5. Αν $(\alpha, \beta) = 2^2 \cdot 3$, $(\beta, \gamma) = 2 \cdot 3^2$ και $(\gamma, \alpha) = 2 \cdot 3 \cdot 5$, τότε ο (α, β, γ) είναι

$A: 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$, $B: 2 \cdot 3$, $\Gamma: 2$, $\Delta: 3$.

6. Αν ο ν είναι περιττός, τότε ο ακέραιος

$A: 9^\nu + 1 \equiv 0 (\bmod 8)$, $B: 9^\nu + 1 \equiv 0 (\bmod 3)$

$\Gamma: 9^\nu + 1 \equiv 0 (\bmod 10)$, $\Delta: 9^\nu + 1 \equiv 0 (\bmod 4)$.